

Распад ложного вакуума
в теории скалярного поля
Дипломная работа

Джамалдинов Эльдар Шахмирзаевич

Научный руководитель: к. ф.-м. н. Демидов Сергей Владимирович

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Физический факультет, кафедра физики частиц и космологии

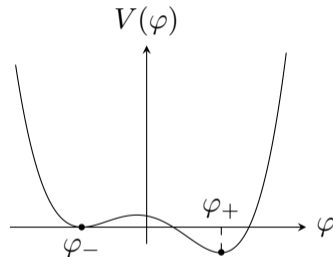
Москва
2026

Ложный вакуум — состояние в теории поля, которое не является состоянием глобального минимума энергии, а соответствует ее локальному минимуму.

Ширина распада

$$\Gamma = \mathcal{A} e^{-\frac{S_b}{\hbar}},$$

где S_b — главная квазиклассическая экспонента, \mathcal{A} — предэкспоненциальный множитель.



Пример потенциала. φ_- — ложный вакуум, φ_+ — истинный вакуум.

Отскоковое решение (*bounce*)

Отскоковое решение φ_b удовлетворяет граничной задаче

$$\begin{cases} \varphi''(r) + \frac{3}{r}\varphi'(r) = \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \\ \varphi(r \rightarrow +\infty) = \varphi_-, \\ \varphi'(r=0) = 0, \end{cases}$$

где φ_- — ложный вакуум.

Квантовомеханическая аналогия

Движение частицы в перевернутом потенциале с трением, зависящем от времени.

Ищем $O(4)$ – симметричные решения, $r = \sqrt{\tau^2 + \vec{x}^2}$.

Нахождение евклидова действия на отскоковом решении $S_E[\varphi_b]$ (Coleman, 1977):

$$S_E[\varphi] = \int d^4x \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 + V(\varphi) \right].$$

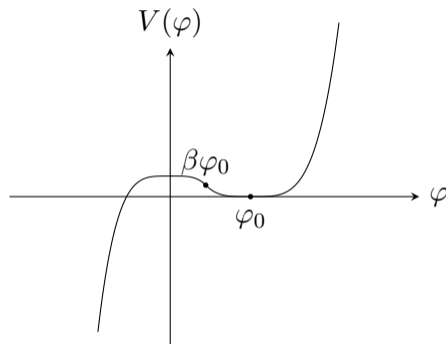
Мотивация: потенциал без отскока

Рассмотрим теорию действительного скалярного поля с потенциалом (Mukhanov, Rabinovici, Sorin, 2020):

$$V(\varphi) = \begin{cases} -\frac{\lambda_-}{4} (\varphi^4 - \beta^3 \varphi_0^4), & \varphi < \beta \varphi_0 \\ \frac{\lambda_+}{4} (\varphi - \varphi_0)^4, & \varphi > \beta \varphi_0 \end{cases}$$

где

$$\beta = \frac{\lambda_+^{1/3}}{\lambda_+^{1/3} + \lambda_-^{1/3}}.$$



φ_0 — ложный вакуум

В этой теории отскоковое решение отсутствует.

Подходы, предлагаемые в литературе

Предлагается вместо отскокового решения найти конфигурации, которые решают уравнение движения вне центральной части отскока. Два альтернативных подхода:

New instantons (Mukhanov et al., 2020)

- Центральная часть отскока доминирована квантовыми флуктуациями.

Pseudo-bounces (Espinosa, 2021)

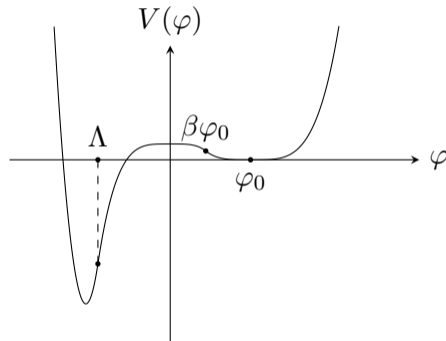
- Центральная часть отскока представляет собой постоянное поле.

Проблема

Неочевидно, как искать квантовые поправки.

Деформированный потенциал:

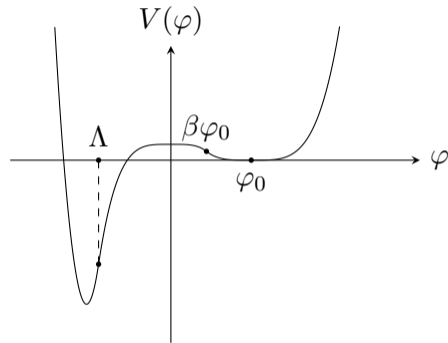
$$V(\varphi) = \begin{cases} \frac{m_0^2}{2} \varphi^2 + b\varphi + c, & \varphi < \Lambda \\ -\frac{\lambda_-}{4} (\varphi^4 - \beta^3 \varphi_0^4), & \Lambda < \varphi < \beta\varphi_0 \\ \frac{\lambda_+}{4} (\varphi - \varphi_0)^4, & \varphi > \beta\varphi_0 \end{cases}$$



Отскоковое решение всегда существует — квантовомеханическая аналогия.

Отскоковое решение в деформированном потенциале

$$\varphi_b(r) = \begin{cases} \frac{\lambda_- \Lambda^3 + m_0^2 \Lambda}{m_0^2} + A \frac{I_1(m_0 r)}{r}, & 0 \leq r \leq r_1 \\ \sqrt{\frac{2}{\lambda_-}} \frac{k}{\sqrt{2k^2 - 1}} \frac{\operatorname{cn}\left[\frac{\ln \frac{r}{r_0}}{\sqrt{2k^2 - 1}}, k\right]}{r}, & r_1 \leq r \leq r_2 \\ \frac{2\sqrt{2} \rho_+}{\sqrt{\lambda_+} (\rho_+^2 - r^2)} + \varphi_0, & r \geq r_2 \end{cases}$$



Константы A , k , r_0 , ρ_+ , r_1 , r_2 определяются из условий сшивки φ и φ' на границах областей.

Численное решение

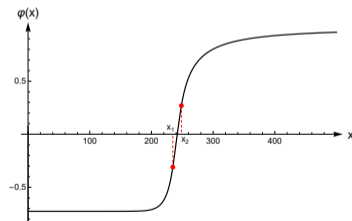
- Оказывается удобным стартовать с малого по модулю значения $\tilde{\Lambda} < 0$.
- Параметры λ_- , λ_+ , \tilde{m}_0 подбираются так, чтобы поле в области $[r_1, r_2]$ было линейным — проще решаются уравнения сшивки.
- Для нахождения констант решения при других значениях $\tilde{\Lambda}$ использовался метод Ньютона – Рафсона. Решение на каждом шаге использовалось как начальное приближение для следующего.

(Здесь $x = r\varphi_0$, $\tilde{\Lambda} = \Lambda/\varphi_0$, $\tilde{m}_0 = m_0/\varphi_0$)

Коэффициенты сшивки для $\tilde{\Lambda} = -0.31$

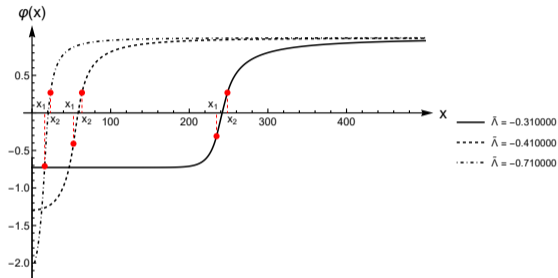
$\lambda_- = 0.14$, $\lambda_+ = 0.007$, $\tilde{m}_0 = 0.1$ — фиксированы

$$\begin{array}{ll} x_1 = 234.682 & x_2 = 248.558 \\ A = 7.76 \cdot 10^{-8} & k = -0.707373 \\ x_0 = 226.502 & x_+ = 229.841 \end{array}$$

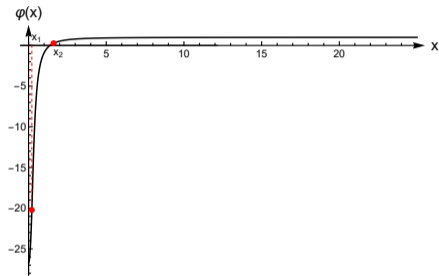


Профиль отскока

Поведение отскокового решения при $\tilde{\Lambda} \rightarrow -\infty$



Семейство решений при различных $\tilde{\Lambda}$



Решение при $\tilde{\Lambda} = -20.22$

При $|\tilde{\Lambda}| \rightarrow \infty$ отскоковое решение становится сингулярным: точки сшивки стремятся к нулю, а значение поля в центре стремится к $-\infty$.

Асимптотическое поведение отскокового решения при $\tilde{\Lambda} \rightarrow -\infty$

$$x_1 \simeq \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda_-}} \frac{1}{|\tilde{\Lambda}|^{7/6}},$$

$$x_2 \simeq \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda_-(1-\beta)}} \frac{1}{|\tilde{\Lambda}|^{1/2}},$$

$$k \simeq -1 + \frac{8}{|\tilde{\Lambda}|},$$

$$A \simeq \frac{2\lambda_-}{\tilde{m}_0^3} |\tilde{\Lambda}|^3,$$

$$x_0 \simeq 2\sqrt{\frac{2}{\lambda_-}} \frac{1}{|\tilde{\Lambda}|},$$

$$x_+ \simeq \frac{2\sqrt{2\lambda_+}}{\lambda_-} \frac{1}{|\tilde{\Lambda}|}.$$

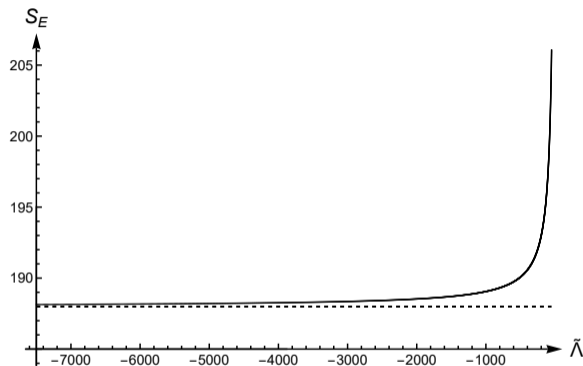
Зависимости были использованы для верификации численно найденных решений.

Результат

В пределе снятия регуляризации

$$S_E \xrightarrow{\tilde{\Lambda} \rightarrow -\infty} \frac{8\pi^2}{3\lambda_-}$$

Это значение совпадает с действием масштабно-инвариантного липатона (Lipatov, 1977).



Зависимость S_E от $\tilde{\Lambda}$

Несмотря на то, что в пределе $\tilde{\Lambda} \rightarrow -\infty$ отскоковое решение становится сингулярным, евклидово действие на нем стремится к конечной величине.

Схема вычисления квантовых поправок

Функциональный интеграл для изначальной задачи:

$$Z = \int \mathcal{D}\varphi e^{-S_E[\varphi]}.$$

Вставим в функциональный интеграл единицу следующим образом:

$$1 = \int_0^{+\infty} e^{-\xi} d\xi, \quad \text{где}$$

$$\xi = \int \left[\frac{m_0^2}{2} \varphi^2 + b\varphi + c + \frac{\lambda_-}{4} (\varphi^4 - \beta^3 \varphi_0^4) \right] \theta(\Lambda - \varphi) d^4x$$

$$\Rightarrow Z = \int_{-\infty}^0 d\Lambda \int \mathcal{D}\varphi \frac{d\xi}{d\Lambda} e^{-(S_E[\varphi] + \xi(\Lambda))}$$

Вычисление квантовых поправок сводится к нахождению функционального детерминанта оператора флуктуаций на фоне отскока, зависящего от Λ . Можно использовать стандартные методы.

1. Предложен метод нахождения вероятности распада ложного вакуума для потенциалов без отскокового решения, заключающийся в регуляризации потенциала.
2. Метод проиллюстрирован на конкретном потенциале: найдено отскоковое решение как функция параметра регуляризации.
3. Показано, что отскоковое решение становится сингулярным в пределе снятия регуляризации.
4. Показано, что в пределе снятия регуляризации евклидово действие остается конечным.
5. Показана принципиальная возможность нахождения квантовых поправок.

Дальнейшие планы

Для рассмотренной модели вычисление функционального детерминанта и нахождение предэкспоненциального множителя \mathcal{A} в формуле $\Gamma = \mathcal{A} e^{-\frac{S_b}{\hbar}}$.

- [1] S. R. Coleman, “The Fate of the False Vacuum. 1. Semiclassical Theory,” *Phys. Rev. D* **15** (1977), 2929-2936 [erratum: *Phys. Rev. D* **16** (1977), 1248] doi:10.1103/PhysRevD.15.2929
- [2] В. А. Рубаков, “*Классические калибровочные поля: Бозонные теории*”, 2-е изд., испр. и доп. (КомКнига, Москва, 2005).
- [3] J. R. Espinosa and J. Huertas, “Pseudo-bounces vs. new instantons,” *JCAP* **12** (2021) no.12, 029 doi:10.1088/1475-7516/2021/12/029 [arXiv:2106.04541 [hep-th]].
- [4] J. R. Espinosa, “Tunneling without Bounce,” *Phys. Rev. D* **100** (2019) no.10, 105002 doi:10.1103/PhysRevD.100.105002 [arXiv:1908.01730 [hep-th]].
- [5] V. Mukhanov, E. Rabinovici and A. Sorin, “Quantum Fluctuations and New Instantons II: Quartic Unbounded Potential,” *Fortsch. Phys.* **69** (2021) no.2, 2000101 doi:10.1002/prop.202000101 [arXiv:2009.12444 [hep-th]].
- [6] L. N. Lipatov, “Divergence of the perturbation-theory series and the quasi-classical theory,” *Sov. Phys. JETP* **45** (1977), 216-223 Leningrad-76-255.

В асимптотике $|\tilde{\Lambda}| \rightarrow \infty$:

$$\xi \simeq \frac{24\pi^2}{\lambda_-} \frac{1}{|\tilde{\Lambda}|^{4/3}}, \quad \frac{d\xi}{d\tilde{\Lambda}} \simeq \frac{32\pi^2}{\lambda_-} \frac{1}{|\tilde{\Lambda}|^{7/3}}.$$